

COMUNICACIÓN : "Una estrategia metodológica para la enseñanza-aprendizaje de los movimientos del espacio afín euclídeo"

La investigación de los conocimientos científicos va ligada intrínsecamente a su transmisión. En ausencia de métodos eficaces de transmisión, los conocimientos se pierden y se han de recrear. Si además se pretenden difundir a un importante (en número) sector de la población los métodos han de elegirse cuidadosamente en función del tipo y profundidad. Surge así la problemática de la **Didáctica**.

Las diversas propuestas de reformas curriculares y modelos teóricos de enseñanza-aprendizaje resultado de esta situación nos están sirviendo de antecedentes y estímulo a los docentes para intentar mejorar la enseñanza en nuestros centros. A esto se añade los impresionantes avances tecnológicos de los últimos años que parecían ciencia-ficción hace apenas veinte años.

En este sentido, la **Unidad Docente de Matemáticas de la Escuela de Ingeniería Técnica Topográfica** tomó la decisión, hace ya tres años, de incorporar como complemento a su programación de Matemáticas un programa de cálculo simbólico. El coste y las limitaciones del equipo informático disponible, así como la existencia de un grupo de trabajo a escala internacional, nos inclinaron por DERIVE, aunque consideramos que esta elección es circunstancial y que lo realmente importante es el hecho de trabajar con un programa del tipo indicado.

Tras las primeras experiencias con alumnos, a base de demostraciones o resolución de ejercicios, se hizo una programación de prácticas de forma organizada y con objetivos didácticos. Estas últimas experiencias y los contactos con la *Asociación de profesores usuarios de DERIVE* nos llevaron a constatar que el uso habitual de un programa de cálculo simbólico proporciona:

- una gran potencialidad didáctica en algunos temas, sobre todo en aquellos en los que las gráficas ocupan un papel importante.
- un ahorro sustancial del tiempo dedicado a cálculos en otros, circunstancia que apunta interesantes líneas didácticas en cuanto a profundización en los conceptos teóricos, experimentación de casos prácticos e interpretación de resultados.

La puesta en marcha de cambios metodológicos como consecuencia de los dos puntos anteriores implica a su vez modificaciones, en mayor o menor grado, de la programación e incluso del programa.

Por tratarse de formar Ingenieros Técnicos en Topografía, uno de los objetivos generales que sería deseable alcanzar para nuestra asignatura de Matemáticas I es la comprensión del modelo matemático del espacio afín euclídeo y su manejo en dos y tres dimensiones. Este objetivo entraña naturalmente diversas dificultades.

- * La primera dificultad es la diferencia de nivel entre los alumnos. Aproximadamente un 60% proviene de C.O.U. y un 30% de F.P
- * La segunda dificultad proviene de la complejidad del Álgebra Lineal para los alumnos de primer curso debido a su fuerte componente abstracta y rigor formal.

Teniendo en cuenta estas dificultades, así como la preferencia del alumno por ejercicios repetitivos y trabajar los ejercicios sin suficiente base teórica, se trata de proponerle una serie de prácticas con DERIVE, dirigidas, que le sirvan para aclarar conceptos y facilitarle la comprensión del modelo.

La organización del programa de Álgebra Lineal y Geometría Elemental es como sigue:

- ◆ Matrices. Determinantes y Sistemas de Ecuaciones.
- ◆ Espacios vectoriales.
- ◆ Aplicaciones Lineales y Diagonalización.
- ◆ Espacio Afín Euclídeo.
- ◆ Transformaciones geométricas. Movimientos . Homotecias y Semejanzas.

El capítulo correspondiente a **Movimientos** es especialmente importante pues es parte sustancial del estudio de las transformaciones de semejanza, las cuales están presentes en la mayoría de los problemas que se plantean en la Topografía, Fotogrametría, Cartografía y Geodesia. Por ejemplo:

1. En Fotogrametría, se aplican en la corrección de las coordenadas fotográficas medidas en un comparador, para ajustarlas al sistema determinado por las marcas fiduciales. El traslado de un sólo modelo estereoscópico a un sistema terrestre etc.
2. En Topografía, en el caso de dos levantamientos topográficos referidos a dos sistemas de referencia distintos, cuando se desea expresar las coordenadas en uno solo.
3. En Geodesia, en cualquier tipo de cambio de elipsoide de referencia.

La organización de las prácticas se realiza con tres tipos de objetivos que asociamos con distintos niveles de dificultad en el aprendizaje.

- El primer tipo de objetivos es el *instrumental*. Se trata de adquirir entrenamiento en los cálculos: cálculo matricial y determinantes, resolución de ecuaciones etc.
- El segundo tipo es el de *comprensión y aplicación de conceptos*, donde a su vez establecemos una escala según el grado de complejidad de los mismos.
- El tercer tipo es el de *relacionar los diferentes conceptos*, con el fin de ayudar a los alumnos a comprender las estructuras explicadas.

Cada serie de prácticas se acompaña de unas sugerencias de tipo instrumental, teóricas y de uso de DERIVE que favorezcan una cierta sistematización del trabajo, y un cuestionario sobre conceptos teóricos que pretende hacerle reflexionar sobre el tema.

- La *primera práctica* consiste en clasificar transformaciones geométricas, dada su ecuación matricial en la forma $X' = NX$, y calcular sus elementos característicos, en el caso de que se trate de movimientos.
- La *segunda práctica* propone hallar la ecuación de movimientos, fundamentalmente del espacio tridimensional, a partir de sus elementos característicos.
- La *tercera práctica* es una comprobación del teorema de descomposición de movimientos: “ Todo movimiento de E_n es el producto de n simetrías respecto de hiperplano si el movimiento tiene puntos dobles, o de $n+1$ si no los tiene ”. Se propone el producto de simetrías de modo que resulten todos los casos.

En la comunicación cuyo resumen se presenta han intervenido los siguientes profesores de la **Escuela de Ingeniería Técnica Topográfica de la U.P.M.:**

Barrero Ripoll, Manuel. Casado Fuente, M^a Luisa. Castejón Solanas, Ángeles. Domingo Preciado, AnaSebastián Lorente, Luis